

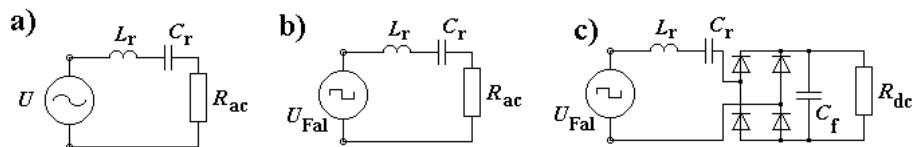
## ANALIZA ZJAWISK W UKŁADACH FAŁOWNIKÓW Z WYJŚCIOWYM SZEREGOWYM OBWODEM REZONANSOWYM

*W artykule przedstawiono metody analizy zjawisk w szeregowym falowniku rezonansowym obciążonym szeregowo (w obwodzie ac i poprzez prostownik) oraz porównano uzyskane wyniki. Określono warunki, w których mogą być stosowane metody uproszczone.*

### 1 WSTĘP

Badania układów energoelektronicznych prowadzone mogą być metodami eksperymentalnymi, symulacyjnymi oraz analitycznymi. Analiza zjawisk zachodzących w tych układach sprowadza się do dwóch zasadniczych metod: metody analizy zjawisk zachodzących w przedziałach czasowych o stałej topologii oraz do analizy zjawisk w stanie ustalonym dla podstawowej harmonicznej. W referacie przedstawione zostaną obie metody analizy zjawisk w falownikach z szeregowym obwodem rezonansowym i obciążeniem włączonym szeregowo do kondensatora obwodu rezonansowego. Porównane zostaną przebiegi czasowe oraz charakterystyki przy:

- zasilaniu napięciem sinusoidalnym i obciążeniem po stronie ac (rys.1.a),
- zasilaniu napięciem prostokątnym i obciążeniem po stronie ac (rys.1.b),
- zasilaniu napięciem prostokątnym i obciążeniem po stronie dc (rys.1.c).



Rys. 1. Szeregowy obwód rezonansowy obciążony szeregowo przy: a) zasilaniu napięciem sinusoidalnym i obciążeniem po stronie ac; b) zasilaniu napięciem prostokątnym i obciążeniem po stronie ac; c) zasilaniu napięciem prostokątnym i obciążeniem po stronie dc

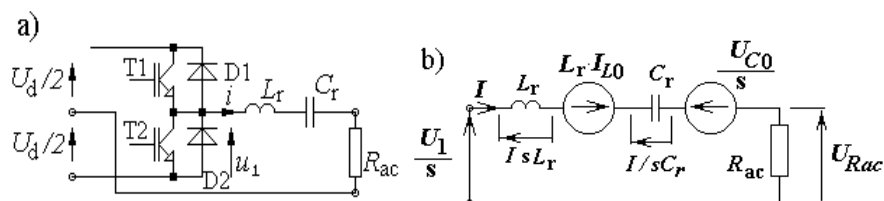
<sup>1</sup> Akademia Techniczno-Rolnicza, Instytut Elektrotechniki, 85-796 Bydgoszcz, ul. Kaliskiego 7, tel.(052) 3408557, e-mail: [mucko@atr.bydgoszcz.pl](mailto:mucko@atr.bydgoszcz.pl)

## 2 ANALIZA ZJAWISK W PRZEDZIAŁACH CZASOWYCH O STAŁEJ TOPOLOGII

W analizie prowadzonej w tym rozdziale czas początku każdego etapu pracy falownika, w którym topologia układu nie ulega zmianie przyjmowany jest jako równy zero.

### 2.1 Obciążenie w obwodzie prądu przemiennego

Na rys. 2 przedstawiony został schemat falownika oraz odpowiadający jemu



Rys. 2. Szeregowy falownik rezonansowy z szeregowym obciążeniem w obwodzie prądu przemiennego: a) schemat ideowy, b) schemat zastępczy, operatorowy

schemat operatorowy szeregowego obwodu rezonansowego z szeregowo włączonym obciążeniem, dla niezerowych warunków początkowych. Napięcie wyjściowe falownika  $u_1$  równe jest w czasie każdego półokresu pracy napięciu  $U_1 = \pm U_d / 2$  dla układu półmostkowego (rys.2.a) lub  $\pm U_d$  dla układu mostkowego.

Obwód z rys.2 charakteryzuje pulsacja  $\omega_0$  nietłumionego obwodu  $L_r C_r$ , pulsacja drgań własnych  $\omega$ , współczynnik tłumienia  $\alpha$ , impedancja falowa  $Z_f$  oraz dobroć  $Q_{ac}$ . Dla zaznaczenia obecności obciążenia w obwodzie prądu przemiennego dobroć tę oznaczono dodatkowo indeksem "ac".

$$\alpha = \frac{R_{ac}}{2L_r}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (1), (2), (3)$$

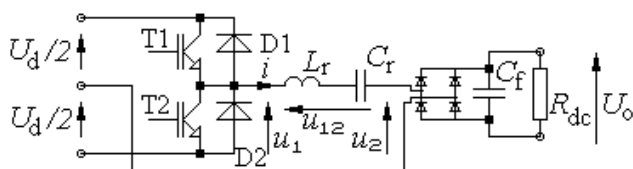
$$Z_f = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = \omega_0 L_r = \frac{1}{\omega_0 C_r}, \quad Q_{ac} = \frac{Z_f}{R_{ac}} \quad (4), (5)$$

Jeśli współczynnik tłumienia układu  $\alpha$  jest mniejszy od pulsacji  $\omega_0$ , to przebieg prądu i napięcia kondensatora  $C_r$  opisują poniższe równania:

$$i(t) = e^{-\alpha t} \left[ \frac{U_1 - U_{C0}}{\omega L_r} \sin \omega t + I_{L0} \left( \cos \omega t - \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \quad (6)$$

$$u_{C_r}(t) = U_1 + e^{-\alpha t} \left[ \frac{I_{L0}}{\omega C_r} \sin \omega t - (U_1 - U_{C0}) \left( \cos \omega t + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \quad (7)$$

## 2.2 Obciążenie w obwodzie prądu stałego



Rys. 3. Szeregowy falownik rezonansowy z szeregowym obciążeniem i prostownikiem wyjściowym

Jeśli obciążenie włączone jest za prostownikiem z filtrem pojemnościowym (rys. 3) to rezystancja  $R_{dc}$  jest pomijalna. W tym przypadku można założyć, że

współczynnik  $\alpha$  w równaniach (6) i (7) jest bliski zeru. Układ opisują więc zależności (6) i (7), przy czym zamiast napięcia  $U_1$  będzie napięcie  $U_{12}$ . Napięcie  $U_{12}$  jest sumą lub różnicą napięć: napięcia wyjściowego falownika oraz napięcia na obciążeniu. Napięcie to jest stałe w przedziałach odpowiadających poszczególnym stanom pracy układu (tab.1). Przy pracy ustalonej zarówno tranzystory jak i diody pracują symetrycznie. Można więc ograniczyć analizę do jednego półokresu.

Kolejność występowania stanów przedstawionych w tabeli 1 zależy od częstotliwości przełączeń  $f_s$  tranzystorów w stosunku do częstotliwości  $f_{syn}$  synchronizacji fali napięcia i prądu (równiej w tym przypadku częstotliwości rezonansowej  $f_r$ ). Ponadto, nie wszystkie z wymienionych stanów mogą wystąpić podczas pracy. Zależy to także od częstotliwości przełączeń oraz rezystancji  $R_{dc}$ , co zostanie przedstawione w dalszej części niniejszego rozdziału.

Tab. 1. Stany pracy falownika.

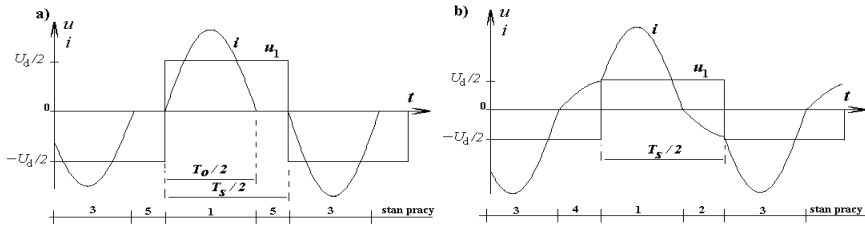
Stan	$i$	Łącznik	$U_{Fal}=U_1=$	$U_2=$	$U_{12}=$	Nr zależności
1	$>0$	T1	$U_d/2$	$U_0$	$U_d/2 - U_0$	(8)
2	$<0$	D1	$U_d/2$	$-U_0$	$U_d/2 + U_0$	(9)
3	$<0$	T2	$-U_d/2$	$-U_0$	$-U_d/2 + U_0$	(10)
4	$>0$	D2	$-U_d/2$	$U_0$	$-U_d/2 - U_0$	(11)
5	$=0$	-	-	-	$U_{C0}$	(12)

### Analiza zjawisk przy przełączaniu z częstotliwością $f_s < f_0$

Wprowadzone zostanie pojęcie dobroci  $Q_{dc}$  obwodu rezonansowego przy szeregowym włączeniu w jego obwód obciążenia poprzez prostownik z filtrem pojemnościowym. Dla zaznaczenia obecności obciążenia w obwodzie prądu stałego dobroć tą oznaczono dodatkowo indeksem "dc".

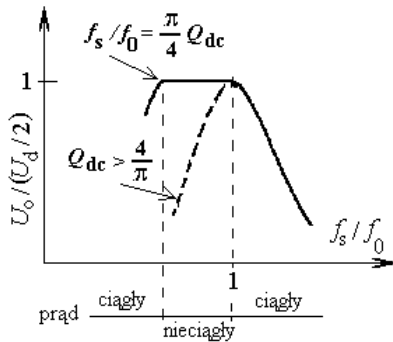
$$Q_{dc} = \frac{Z_f}{R_{dc}} \quad (13)$$

W zależności od stosunku częstotliwości  $f_s/f_0$  oraz od dobroci  $Q_{dc}$  przekształtnik pracować może [3]: z nieciągłym (impulsowym) lub z ciągłym prądem obwodu rezonansowego (rys. 4). Charakterystyki układu silnie zależą od ciągłości prądu w obwodzie rezonansowym.



Rys. 4. Przebiegi czasowe prądu i napięcia wyjściowego falownika dla  $1/2 < f_s/f_0 < 1$  oraz: a) nieciągłego prądu wyjściowego; b) ciągłego prądu wyjściowego

Granice między prądem ciągłym i nieciągłym (rys.5) zależą od względnej częstotliwości przełączeń  $f_s/f_0$  oraz zmiennej  $Q_{dc}$  i określone są równaniami:



Rys. 5. Charakterystyki napięcia wyjściowego w funkcji częstotliwości z zaznaczeniem obszaru prądu ciągłego oraz nieciągłego.

$$\frac{f_s}{f_0} = \frac{\pi}{4} Q_{dc}, \quad \frac{f_s}{f_0} = 1 \quad (14), (15)$$

Przy braku strat w układzie prąd  $i_{Lr}(t)$  i napięcie  $u_{Cr}(t)$  opisać można następującymi równaniami wynikającymi bezpośrednio z zal. (6) i (7), przy czym zamiast  $U_1$  we wzorze tym jest  $U_{12}$  (zgodnie z tab.1)

$$i_{Lr}(t) = \frac{U_{12} - U_{C0}}{Z_f} \sin(\omega_0 t) \quad (16)$$

$$u_{Cr}(t) = U_{12} - (U_{12} - U_{C0}) \cos(\omega_0 t) \quad (17)$$

Dla nieciągłego prądu obwodu rezonansowego  $U_d/2 = U_o$  a  $U_{12} = 0$ . Stąd:

$$i_{Lr}(t) = \frac{-U_{C0}}{Z_r} \sin(\omega_0 t) \quad (18)$$

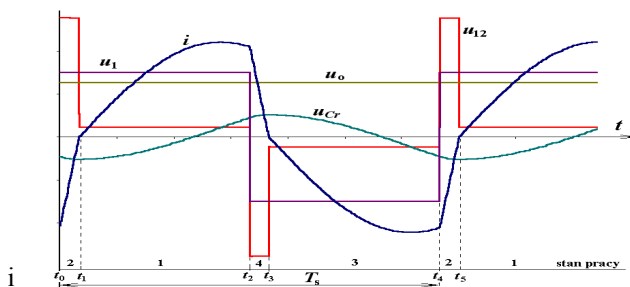
$$u_{Cr}(t) = U_{C0} \cos(\omega_0 t) \quad (19)$$

przy czym:

$$U_{C0} = -\frac{U_o}{R_{dc}} \frac{1}{4C_r f_s} \quad (20)$$

Analiza zjawisk przy przełączaniu z częstotliwością  $f_s > f_0$

Przebiegi czasowe prądów napięć w układzie falownika przy pracy z częstotliwością  $f_s > f_0$  przedstawione są na rysunku 6.



Rys. 6. Przebiegi czasowe napięć i prądów w układzie falownika przy pracy z częstotliwością  $f_s > f_0$

Na rysunku tym zaznaczono przedziały o stałej topologii oznaczone jako stany pracy i scharakteryzowane wcześniej w tabeli 1. Zależności opisujące wartości napięcia wyjściowego falownika  $u_1$ , napięcia na wejściu prostownika  $u_2$  oraz napięcia przyłożonego do szeregowego obwodu rezonansowego  $u_{12}$  opisują zależności (8...12). Ze względu na symetryczny kształt przebiegów analizę ograniczyć można do połowy okresu pracy  $T_s$  falownika. Wartości początkowe (dla stanu 1) wynoszą:

$$I_{L0}=i(0)=0, \quad U_{C0} = -U_{Cr \max} = -\frac{\pi}{2} \frac{U_o \cdot Q_{dc}}{f_s / f_0} \quad (21)$$

### 3 ANALIZA ZJAWISK W STANIE USTALONYM DLA PODSTAWOWEJ HARMONICZNEJ

Rozważania przeprowadzone będą dla stanu ustalonego przy założeniu dostatecznie dużej dobroci obwodu rezonansowego. Zastosowana będzie metoda harmonicznej podstawowej, o częstotliwości równej częstotliwości przełączania tranzystorów [1].

#### 3.1 Obciążenie w obwodzie prądu przemiennego

Napięcie wyjściowe falownika ma charakter fali prostokątnej i zawiera harmoniczną podstawową (dla układu półmostkowego) o amplitudzie

$$U_{1m} = \frac{2U_d}{\pi} \quad (22)$$

Prąd wyjściowy falownika (i obciążenia  $RLC$ ) wyrażony jest zależnością :

$$i_{Fal} = I_m \sin(\omega_s t - \varphi) \quad (23)$$

przy czym:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad Z = R\sqrt{1+(Q_{ac}\delta)^2}, \quad \varphi = \arctg(Q_{ac}\delta), \quad \delta = \frac{\omega_s}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_s} \quad (24)...(27)$$

Transmitancja napięciowa obwodu (przy pominięciu strat) wynosi:

$$\frac{U_o}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1+(Q_{ac}\delta)^2}} \quad (28)$$

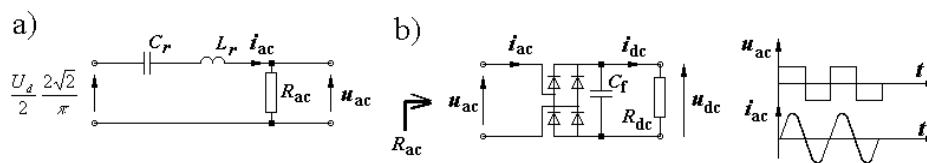
#### 3.2 Obciążenie w obwodzie prądu stałego

Gdy obciążenie znajduje się za prostownikiem z filtrem działa on wówczas jak "transformator rezystancji" [2]. Dla prostownika z filtrem pojemnościowym (rys.7) prąd wejściowy ma charakter fali sinusoidalnej a napięcie wejściowe charakter fali prostokątnej. Zależności między wartościami skutecznymi wielkości wejściowych (dla pierwszej harmonicznej) a wartościami średnimi wielkości wyjściowych są określone równaniami (29) i (30). Na rysunku 7a przedstawiono schemat zastępczy szeregowego falownika rezonansowego z obciążeniem po stronie dc sprowadzonym do strony ac. Wartość skuteczna podstawowej harmonicznej napięcia wyjściowego falownika z rysunku 7a odpowiada strukturze półmostkowej.

$$U_{ac} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{dc} \quad , \quad I_{dc} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{ac} \quad (29), (30)$$

Dzieląc wartości skuteczne podstawowej harmonicznej napięcia i prądu na wejściu prostownika wyznaczyć można rezystancję zastępczą  $R_{ac}$  tego prostownika z obciążeniem  $R_{dc}$ .

$$R_{ac} = \frac{U_{ac}}{I_{ac}} = \frac{8}{\pi^2} R_{dc} = 0,8106 R_{dc} \quad (31)$$



Rys. 7. Szeregowy falownik rezonansowy z obciążeniem po stronie dc sprowadzonym do strony ac :  
a) schemat zastępczy, b) ilustracja sposobu wyznaczania rezystancji zastępczej  $R_{ac}$

#### 4 PORÓWNANIE WYNIKÓW UZYSKANYCH PRZY RÓŻNYCH METODACH ANALIZY - WNIOSKI

Na rysunku 8.a,b,c przedstawione zostały charakterystyki względnej mocy obciążenia uzyskane na drodze analitycznej przy założeniu: braku strat w układzie, sinusoidalnego wymuszenia (jak na rys. 1a) i obciążenia po stronie ac (krzywa 1). Na rysunku 8.a,b,c przedstawiono także charakterystyki względnej mocy obciążenia uzyskane na drodze symulacji komputerowej przy zasilaniu obwodu rezonansowego z falownika (jak na rys. 1.b i 1.c) o takiej samej wartości podstawowej harmonicznej w napięciu wyjściowym: przy obciążeniu po stronie ac (krzywa 2) oraz przy obciążeniu po stronie dc (krzywa 3). Rezystancję obciążenia po stronie dc wyznaczono tak, by jej sprowadzona wartość równa była wartościom jak dla przypadków przedstawionych krzywymi 1 i 2. Granice obszaru ciągłego i nieciągłego prądu obwodu rezonansowego wyznaczono analitycznie i porównano z granicą wyznaczoną symulacyjnie.

Na rys. 8.d przedstawiono przebieg ilorazu wartości skutecznej napięcia i prądu na wejściu prostownika, odniesionego do wartości rezystancji na wyjściu prostownika. Poraz ten, wyraża względną, sprowadzoną do obwodu ac wartość rezystancji  $R_{dc}$ . Przy założeniu idealnych właściwości filtrujących szeregowego obwodu rezonansowego iloraz ten powinien wynosić 0,8106.

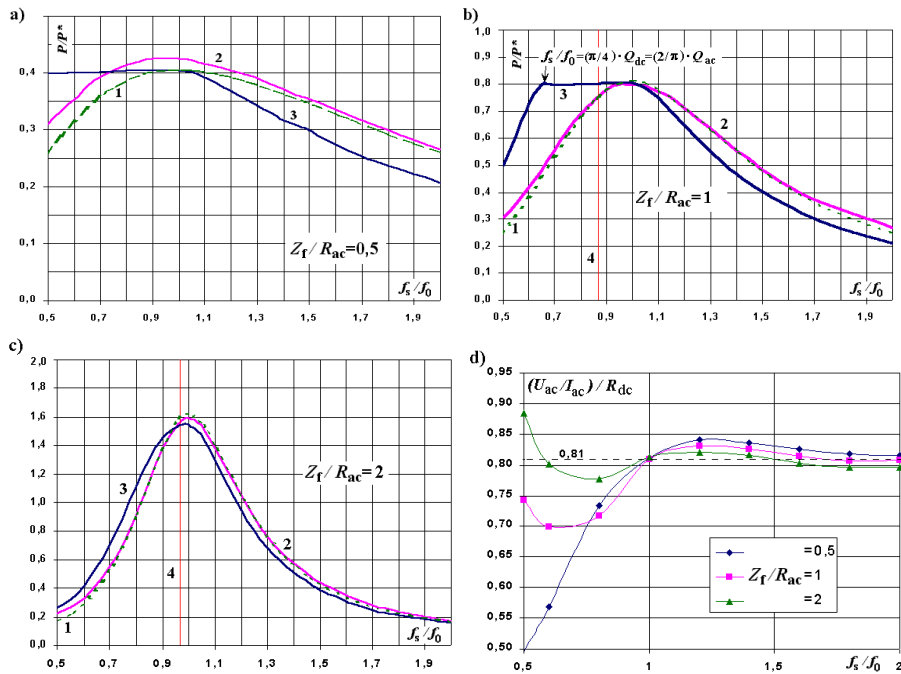
Symulację i obliczenia przeprowadzono dla danych:  $U_d=300V$ ,  $C_r=1\mu F$ ,  $L_r=63,39\mu H$ ,  $Q_{ac}=0,5, 1, 2$ ;  $R_{dc}=(1/0,8106)R_{ac}$ ,  $P^*=U_d^2/Z_f=121,3kW$ .

Z przebiegu charakterystyk przedstawionych na rysunku 8 wynika, że:

- Dla częstotliwości  $f_s \geq f_0$  charakterystyki względnej mocy dla struktur z rys. 1a), b), c) mają zbliżony kształt, przy czym już dla dobroci  $Q_{ac} \geq 1$  krzywe 1 i 2 są praktycznie identyczne, krzywa 3 (obciążenie po stronie dc) przebiega poniżej krzywych 1 i 2. Różni się ona od tych krzywych nie więcej niż ok.: 15% - dla

$Q_{ac}=0,5$ ; 10% dla  $Q_{ac}=1$ ; 5% dla  $Q_{ac}=2$  w stosunku do mocy maksymalnych dla danych dobroci. Błąd ten maleje ze wzrostem dobroci.

- Dla częstotliwości  $f_s < f_0$  charakterystyki względnej mocy dla obciążenia po stronie ac i zasilania napięciem sinusoidalnym (krzywa 1) jak również napięciem prostokątnym (krzywa 2) mają zbliżony kształt, przy czym już dla dobroci  $Q_{ac} \geq 1$  krzywe 1 i 2 są praktycznie identyczne.
- Dla częstotliwości  $f_s < f_0$  charakterystyki podane krzywymi 3 (obciążenie po stronie dc) różnią się znacznie od charakterystyk 1 i 2 w przypadku występowania impulsowego prądu obwodu rezonansowego.
- Granice występowania impulsowego prądu obwodu rezonansowego określone zależnością



Rys.8. Charakterystyki względnej mocy i względnej rezystancji sprowadzonej w funkcji częstotliwości przełączania tranzystorów: a), b), c) względna moc obciążenia wyznaczona: 1- analitycznie dla wymuszenia napięciowego, sinusoidalnego i obciążenia po stronie ac, 2 - symulacyjnie przy wymuszeniu napięciowym, prostokątnym i obciążeniu po stronie ac, 3 - symulacyjnie przy wymuszeniu napięciowym, prostokątnym i obciążeniu po stronie dc, 4 - częstotliwość drgań własnych dla wymuszenia sinusoidalnego i obciążenia po stronie ac; d) względna sprowadzona do obwodu ac wartość rezystancji  $R_{dc}$

$$\frac{4}{\pi} \frac{f_s}{f_0} < Q_{dc} = \frac{8}{\pi^2} Q_{ac} < \frac{4}{\pi} \quad (32)$$

wyraźnie widać na rysunku 8.b. Dla danych  $Q_{ac}=1$  oraz  $Q_{dc} \approx 0,81 < 4/\pi \approx 1,27$  występuje przewodzenie impulsowe. Rozpoczyna się ono przy  $f_s/f_0 < 1$  kończy się przy częstotliwości  $f_s/f_0 = (\pi/4)Q_{dc} \approx 0,64$

- Iloraz wartości skutecznej napięcia i prądu na wejściu prostownika, odniesionego do wartości rezystancji na wyjściu prostownika, przy założeniu idealnych właściwości filtrujących szeregowego obwodu rezonansowego powinien wynosić 0,8106:
  - dla częstotliwości  $2 > f_s/f_0 \geq 1$  popełniony błąd wynosi odpowiednio ok.: 4%; 3%; 1,5% dla dobroci  $Q_{ac}=0,5; 1; 2$ ,
  - dla częstotliwości  $1 > f_s/f_0 \geq 0,5$  popełniony błąd wynosi odpowiednio ok.: 40%; 14%; 9%. Zarówno dla dobroci  $Q_{ac}=0,5$  i 1 występuje nieciągły prąd obwodu rezonansowego i związane z tym znaczne błędy.
- Metoda sprowadzania obciążenia z prostownikiem i filtrem pojemnościowym do zastępczego obciążenia w obwodzie prądu przemiennego może być stosowana jedynie przy ciągłym prądzie obwodu rezonansowego ( $Q_{dc} \geq 4/\pi$ ). Błąd spowodowany sprowadzeniem maleje ze wzrostem dobroci.

## LITERATURA

1. Citko T. Tunia H., Winiarski B.: *Układy rezonansowe w energoelektronice*, Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, 2001r.
2. Mućko J.: *Konwertery rezonansowe o miękkiej komutacji*, Przegląd Elektrotechniczny 4/95, str. 97-102
3. [1] Voperian.V. Čuk S.: *A Complete dc Analysis of the Series Resonant Converter*. IEEE Power Electronics Specialist. Conference, Record, 1982, pp 85-100.

## ANALYSIS OF PHENOMENONS IN INVERTERS WITH A SERIES RESONANT OUTPUT CIRCUIT

*In this paper methods of analysis the series resonant inverters with series load (in ac circuit and in dc circuit, with rectifier) were presented. The obtained results of different methods of analysis are compared. Conditions, in which can be used simplified methods were presented.*