

Olgerd MAŁYSZKO¹

UPROSZCZONY MODEL UKŁADU REGULACJI WZBUDZENIA GENERATORA SYNCHRONICZNEGO

Generator synchroniczny wraz z układem wzbudzenia modeluje się za pomocą kilku nieliniowych równań różniczkowych. Taki złożony model jest bardzo dobry do obliczeń numerycznych, jednak nie nadaje się do analizy matematycznej. W teoretycznych analizach zazwyczaj bierze się najprostsz model generatora opisany tylko przez równania ruchu wirnika. W równaniach tych przyjmuje się stałą wartość napięcia wzbudzenia. W artykule przedstawiono metodę wyznaczania napięcia wzbudzenia w zależności od kąta przesunięcia osi generatora w stosunku do osi systemu elektroenergetycznego.

1 WSTĘP

Układy regulacji wzbudzenia generatorów synchronicznych są złożonymi obiektami opisanymi za pomocą układu nieliniowych równań różniczkowych 4,4,4. W dobie szybkich maszyn cyfrowych modele takie są powszechnie stosowane w obliczeniach numerycznych. Niemniej nierzadko zachodzi potrzeba wykonania analizy matematycznej pracy systemu i wówczas taki model nie nadaje się w praktyce do zastosowania. W związku z tym albo pomija się układy wzbudzenia przyjmując stałą wartość napięcia wzbudnicy albo też przyjmuje się pewne modele uproszczone. W niniejszym artykule przedstawiono taki uproszczony model, który może być użyteczny w czasie teoretycznych analiz pracy generatora synchronicznego w systemie elektroenergetycznym.

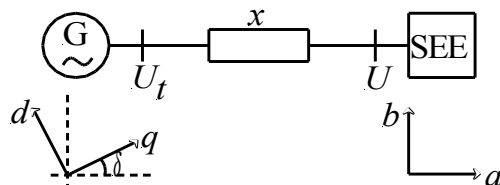
2 MODEL GENERATORA SYNCHRONICZNEGO WRAZ Z UKŁADEM WZBUDZENIA

Do analizy wybrano model systemu elektroenergetycznego złożony z generatora synchronicznego połączonego z siecią sztywną poprzez linię o reaktancji x . Przedstawiono to na rys. 1. Równanie ruchu wirnika w jednostkach względnych ma postać:

$$\delta' = 2\pi f(\omega - \omega_0), \quad \dot{\omega} = \frac{1}{T_m}(P_m - D(\omega - \omega_0) - P_e) \quad (1)$$

¹ Politechnika Szczecińska, Instytut Elektrotechniki, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, tel. (091) 4494409, e-mail: malyszko@ps.pl

gdzie: T_m - mechaniczna stała czasowa, P_m - moc mechaniczna dostarczona do generatora, D - współczynnik oporu, P_e - moc elektryczna odbierana od generatora, δ - kąt obrotu osi wirnika generatora względem osi SEE, ω - częstotliwość kątowna generatora, ω_n - częstotliwość kątowna sieci.



Rys. 1. Model fragmentu systemu elektroenergetycznego

Siły elektromotoryczne indukowane w osiach d i q generatora, moc czynna P_e oraz napięcie U_t na zaciskach generatora opisane są przez następujące równania:

$$\begin{aligned} \dot{E}'_d &= -\frac{1}{T'_{d0}}(E'_d + (x_q - x'_q)I_q), & \dot{E}'_q &= -\frac{1}{T'_{d0}}(E'_q - (x_d - x'_d)I_d - E_f) \\ P_e &= E'_q I_q + E'_d I_d + (x'_d - x'_q)I_d I_q, & U_{iq} &= E'_q + x'_d I_d, & U_{id} &= E'_d - x'_q I_q \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: E'_d, E'_q - siły elektromotoryczne indukowane w osi d i q , T'_{d0}, T'_{q0} - stała czasowa przejściowa podłużna i poprzeczna, x_d, x_q - reaktancja synchroniczna podłużna i poprzeczna, x'_d, x'_q - reaktancja przejściowa podłużna i poprzeczna, I_d, I_q - składowa podłużna i poprzeczna prądu stojana, E_f - napięcie wzbudzenia.

Generatory synchroniczne wyposażone są w układy wzbudzenia. Stowarzyszenie IEEE opracowało standardy układów wzbudzenia i regulacji napięcia z przeznaczeniem do analizy stanów nieustalonych i stabilności wielomaszynowych modeli systemów elektroenergetycznych 4. Poniżej podane są wzory opisujące regulator wzbudnicy prądu stałego natomiast schematy oraz typowe wartości parametrów można znaleźć np. w 4,4, 4:

$$\begin{aligned} \dot{E}_f &= \frac{1}{T_e} [V_a - K_e E_f - A_{ex} \exp(B_{ex} E_f) E_f] \\ \dot{V}_f &= \frac{1}{T_f} (K_f \dot{E}_f - V_f), & \dot{V}_a &= \frac{1}{T_a} [K_a (V_{ref} - U_t - V_f) - V_a] \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie: T_e - stała czasowa wzbudzenia, V_a - napięcie za wzmacniaczem wzbudzenia, K_e - stała wzbudzenia, V_f - napięcie za sprzężeniem zwrotnym, T_f - stała czasowa sprzężenia zwrotnego, T_a - stała czasowa wzmacniacza wzbudzenia, K_a - wzmocnienie wzbudzenia, V_{ref} - napięcie nastawione, K_f - sprzężenie zwrotne stabilizatora, A_{ex}, B_{ex} - stałe.

Przedstawiony model składa się z siedmiu nieliniowych równań różniczkowych i z uwagi na swoją złożoność w praktyce nie nadaje się do teoretycznych analiz pracy generatora w systemie elektroenergetycznym. Do takich analiz używa się najprostszego

modelu złożonego z równań ruchu wirnika (1), gdzie moc elektryczna opisana jest zależnością:

$$P_e = \frac{U_a E_f}{X_1} \sin \delta + \frac{U_a^2}{X_2} \sin(2\delta) \quad (4)$$

$$X_1 = \frac{x^2 + x(x_d + x_q) + x_d x_q}{x + x_q}, \quad X_2 = 2 \frac{x^2 + x(x_d + x_q) + x_d x_q}{x_d - x_q}$$

gdzie: U_a - składowa wzdłuż osi a napięcia sieci w układzie (a,b) (przyjęto, że $U_b = 0$).

W tym modelu napięcie wzbudzenia ma stałą wartość. Jednak w rzeczywistości nie jest ono stałe i zależy od układu regulacji wzbudzenia (3). Poniżej przedstawiono metodę wyznaczania zależności napięcia wzbudzenia od kąta obrotu wirnika δ ($E_f = f(\delta)$). W punkcie stałym ($\dot{E}_f = 0, \dot{U}_f = 0, \dot{U}_a = 0$) z równań (1),(2),(3) po uwzględnieniu, że układ współrzędnych (d,q) generatora jest przesunięty względem układu współrzędnych systemu (a,b) o kąt δ , otrzymuje się zależność:

$$K_e E_f + A_{ex} \exp(B_{ex} E_f) E_f = K_a \left(V_{ref} - \sqrt{\alpha_1 E_f^2 + \alpha_2 E_f \cos \delta + \alpha_3 \cos^2 \delta + \alpha_4} \right) \quad (5)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{x}{x + x_d} \right)^2, \quad \alpha_2 = \frac{2U_a x x_d}{(x + x_d)^2},$$

gdzie:

$$\alpha_3 = U_a^2 \frac{x(x_d - x_q)(x(x_d + x_q) + 2x_d x_q)}{((x + x_d)(x + x_q))^2}, \quad \alpha_4 = \left(U_a \frac{x_q}{x + x_q} \right)^2$$

Po zlinearyzowaniu lewej strony równania (5) względem E_f oraz po przekształceniach otrzymuje się następującą zależność kwadratową:

$$E_f^2 + \left(\frac{\alpha_6}{\alpha_5} - \frac{\alpha_2}{\alpha_5} \cos \delta \right) E_f + \left(\frac{\alpha_7}{\alpha_5} - \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \cos^2 \delta \right) = 0 \quad (6)$$

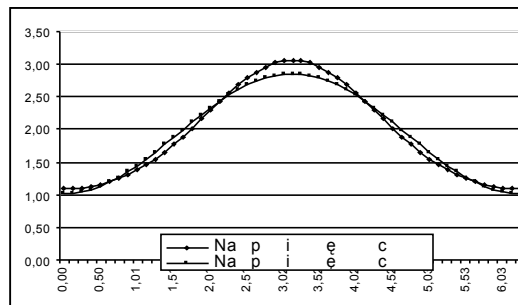
$$\text{gdzie: } \alpha_5 = \left(\frac{K_e + A_{ex}}{K_a} \right)^2 - \alpha_1, \quad \alpha_6 = -2 \frac{U_{ref} (K_e + A_{ex})}{K_a}, \quad \alpha_7 = U_{ref}^2 - \alpha_4.$$

Rozwijając w szereg Taylora wokół $\cos \delta$ pierwiastki równania (6) oraz pomijając wyrazy stopnia drugiego i wyższe otrzymuje się ostatecznie zależność $E_f(\delta) = f(\delta)$:

$$E_f(\delta) = \left(-\frac{\alpha_6}{2\alpha_5} \pm \frac{\sqrt{\alpha_6^2 - 4\alpha_7\alpha_5}}{\alpha_5} \right) + \left(\frac{\alpha_2}{2\alpha_5} \mp \frac{\alpha_6\alpha_2}{2\alpha_5\sqrt{\alpha_6^2 - 4\alpha_7\alpha_5}} \right) \cos \delta = \beta_1 + \beta_2 \cos \delta \quad (7)$$

Symulacje komputerowe pokazują, że otrzymana w ten sposób zależność (7) bardzo dobrze pasuje kształtem do rzeczywistej zależności $E_f(\delta) = f(\delta)$. Wskutek poczynionych uproszczeń w trakcie przekształceń wartości współczynników β_1, β_2 są niezbyt dokładne zwłaszcza dla małych wartości reaktancji x . Niemniej wartości tych

współczynników można z bardzo dobrą dokładnością wyznaczyć numerycznie. Na rysunku 2 przedstawiono zależność rzeczywistego napięcia wzbudzenia (wyznaczoną z(3)) oraz aproksymowaną (z (7)) w zależności od kąta δ . Znalezione numerycznie wartości współczynników β wynoszą: $\beta_1 = 1,9358$, $\beta_2 = -0,9183$.



Rys. 2. Zależność $E_f(\delta) = f(\delta)$ dla $x = 1,3$, $x_d = 1,3$, $x_q = 1,3$,
 $K_e = 0,8$, $A_{ex} = 0,09$, $B_{ex} = 0,5$, $K_a = 200$, $U_{ref} = 1,05$

3 PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono metodę wyznaczania zależności napięcia wzbudnicy od kąta obrotu osi wirnika δ . Zależność tę można wykorzystać w prostych modelach generatora synchronicznego w których zazwyczaj pomija się wpływ układu wzbudzenia generatora. Modele takie są użyteczne zwłaszcza w czasie teoretycznych analiz pracy generatora w systemie elektroenergetycznym.

4 LITERATURA

- [1] Kremens Z., Sobierajski M., *Analiza systemów elektroenergetycznych*, WNT, Warszawa 1996.
- [2] Machowski J., Bernas S., *Stany nieustalone i stabilność systemu elektroenergetycznego*, WNT, Warszawa 1989.
- [3] Zajczyk R., *Modele matematyczne systemu elektroenergetycznego do badania elektromechanicznych stanów nieustalonych i procesów regulacyjnych*, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2003.

SIMPLE MODEL OF EXCITATION SYSTEM CONTROL OF SYNCHRONOUS GENERATOR

A model of synchronous generator equipped with an excitation system is described by several nonlinear differential equations. That model is useful in numerical experiments but not useful in theoretical analysis. The paper presents method of determining exciter output – rotor angle relation. This relation can be used in simple model of synchronous generator. The presented model can be used in theoretical analysis of power system.