

Olgierd MAŁYSZKO

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
Katedra Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych

Kontrola pracy systemu elektroenergetycznego z wykorzystaniem elementów teorii bifurkacji

Abstract. *The paper presents the possibility of using elements of bifurcation theory to control the power system operation. Examples application of Lyapunov exponents for the control of power system stability and to determine the on-line short-circuit power system impedance are included.*

Słowa kluczowe: bifurkacja, wykładniki Lapunowa, system elektroenergetyczny, stabilność.

Wstęp

W ostatnich latach, dzięki rozwojowi techniki cyfrowej i metod numerycznych, pojawiły się możliwości praktycznego zastosowania skomplikowanych metod matematycznych do kontroli i analizy stanu pracy systemu elektroenergetycznego (SEE). Na przykład, w teorii bifurkacji i chaosu, znane są metody umożliwiające badanie dynamiki układów nieliniowych w tym analizę bifurkacji punktów stałych i okresowych. Wielkie awarie systemowe, takie jak na przykład utrata stabilności napięciowej, charakteryzują się właśnie zanikiem punktów stałych. Jedną z metod teorii bifurkacji i chaosu jest analiza wykładników Lapunowa. W artykule, na przykładzie modelu generator-sieć sztywna pokazano, że wartość największego wykładnika Lapunowa jest skorelowana ze współczynnikiem zapasu stabilności i dąży do zera w miarę, jak badany układ zbliża się do punktu utraty stabilności. W związku z tym, wartość największego wykładnika Lapunowa może być użyta jako wskaźnik zapasu stabilności.

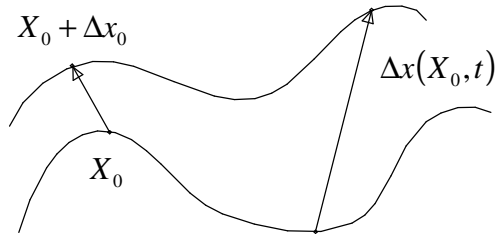
Jako drugi przykład wykorzystania wykładników Lapunowa przedstawiono metodę pomiaru on-line impedancji i mocy zwarciowej SEE. Aktualnie parametry te są obliczane teoretycznie natomiast w czasie pracy systemu nie są już kontrolowane. Od mocy zwarciowej zależy koszt urządzeń tym samym koszt budowy, napraw i modernizacji systemu. W rzeczywistym systemie wartości tych parametrów ulegają zmianom wskutek rozbudowy i modernizacji jak również w wyniku planowych lub awaryjnych wyłączeń urządzeń. Proponowana metoda umożliwia ciągły monitoring wartości impedancji i mocy zwarciowej systemu w warunkach ruchowych.

Wykładniki Lapunowa

Wykładniki Lapunowa są miarą wrażliwości układu na warunki początkowe i reprezentują średnie tempo rozbiegania się bliskich trajektorii (startujących od dwóch początkowo bliskich sobie punktów) na atraktorze. Przedstawiono to na rysunku 1.

Jeśli układ ewoluuje od dwóch bliskich warunków początkowych X_0 i $X_0+\Delta X_0$ to po czasie t rozbieżność można w przybliżeniu opisać zależnością [4,10,11]:

$$(1) \quad \Delta x(X_0, t) \cong \Delta x_0 e^{\lambda t}$$



Rys. 1 Graficzna interpretacja wykładników Lapunowa

Zgodnie z (1) wykładniki Lapunowa definiuje funkcja:

$$(2) \quad \lambda = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ |\Delta x_0| \rightarrow 0}} \frac{1}{t} \ln \frac{|\Delta x(X_0, t)|}{|\Delta x_0|}$$

Analitycznie udaje się wyznaczyć wykładnik Lapunowa jedynie dla nielicznych odwzorowań jednowymiarowych. W pozostałych przypadkach, a zwłaszcza dla układów wielowymiarowych, niezbędne jest użycie metod numerycznych. W literaturze można spotkać wiele metod numerycznych do wyznaczania wykładników Lapunowa zarówno z danych doświadczalnych jak i wyrażeń funkcyjnych [1,3,12].

Wykładniki Lapunowa można również zastosować jako narzędzie umożliwiające scharakteryzowanie układów dynamicznych. Ich cechą charakterystyczną jest to, że przyjmują różne wartości (ujemne, równe zero lub dodatnie) w zależności od rodzaju trajektorii po jakiej porusza się układ. Zasadniczo układy stabilne mają wszystkie wykładniki mniejsze (lub równe) zero. Układy k-okresowe mają k wykładników równych zero. Jeśli jeden (bądź kilka) wykładników jest większych od zera a suma wszystkich jest mniejsza od zera to mamy do czynienia z dynamiką chaotyczną [4]. Jeśli suma wszystkich wykładników jest większa od zera to trajektoria rozbiega się do nieskończoności. Klasyfikację różnych typów atraktorów wraz z odpowiadającą im wartością wykładników Lapunowa zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Klasyfikacja atraktorów wraz z odpowiadającą im wartością wykładników Lapunowa

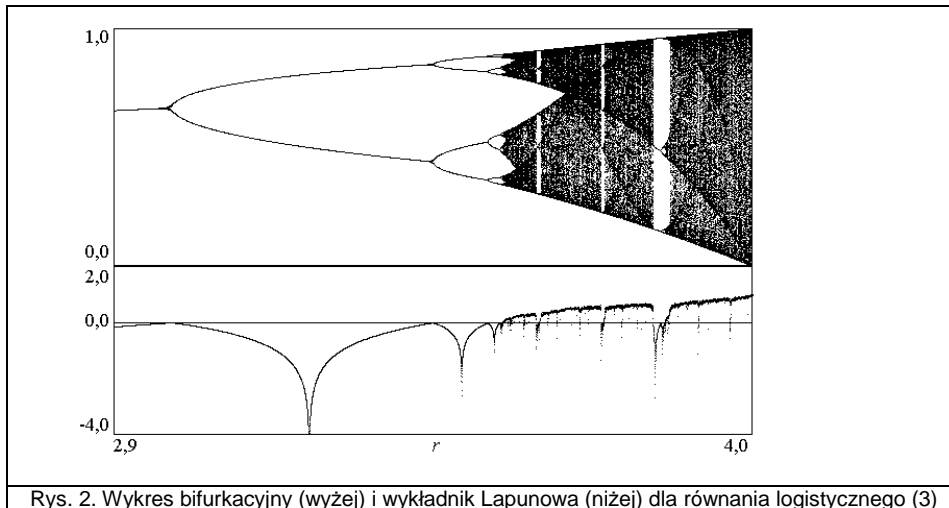
Zachowanie asymptotyczne trajektorii	Typ atraktora	Wykładniki Lapunowa
Punkt równowagi	Punkt	$0 > \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$
Trajektoria okresowa	Krzywa zamknięta	$\lambda_1 = 0$ $0 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$
Prawie okresowe (2-okresowe)	Torus	$\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ $0 > \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n$
Prawie okresowe (k-okresowe)	k-torus	$\lambda_1 = \dots = \lambda_k = 0$ $0 > \lambda_{k+1} \geq \dots \geq \lambda_n$
Chaotyczne	Typu zbioru Cantora	$\lambda_1 > 0, \sum \lambda_i < 0$

Należy również zwrócić uwagę, że w punkcie bifurkacji, czyli w punkcie gdzie skokowo zmienia się liczba lub typ rozwiązań równania różniczkowego lub różnicowego (lub inaczej mówiąc następuje jakościowa zmiana atraktora), wykładnik Lapunowa

VII Lubuska Konferencja Naukowo-Techniczna – i-MITEL 2012

przyjmuje wartość równą zero. Jako przykład pokazano wykres bifurkacyjny oraz wartość wykładnika Lapunowa (Rys. 2) dla odwzorowania logistycznego (3).

$$(3) \quad x_{n+1} = f(x_n) = rx_n(1 - x_n)$$



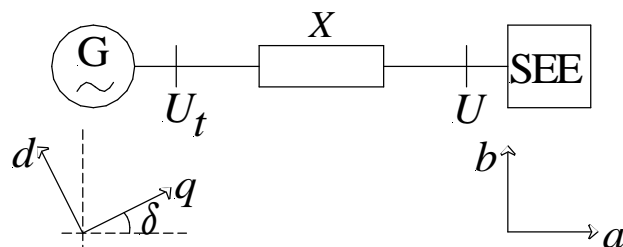
Rys. 2. Wykres bifurkacyjny (wyżej) i wykładnik Lapunowa (niżej) dla równania logistycznego (3)

Na wykresie bifurkacyjnym (Rys. 3) pokazano liczbę rozwiązań dla odwzorowania logistycznego oraz wartość wykładnika Lapunowa w funkcji parametru r . Wyraźnie widać, że w każdym punkcie, gdzie wykładnik Lapunowa przyjmuje wartość równą zero następuje zmiana liczby rozwiązań (bifurkacja) a każde zbliżanie się wykładnika Lapunowa do zera świadczy o zbliżaniu się układu do punktu bifurkacji. W miejscach, gdzie wykładnik Lapunowa jest większy od zera mamy do czynienia z dynamiką chaotyczną ale na potrzeby niniejszego artykułu nie ma to znaczenia.

Kontrola stabilności systemu elektroenergetycznego

Wielkie awarie systemowe, takie jak na przykład utrata stabilności napięciowej, charakteryzują się zanikiem punktów stałych układu dynamicznego opisującego system elektroenergetyczny (SEE). W dalszej części artykule pokazano, że wartość największego wykładnika Lapunowa jest skorelowana ze współczynnikiem zapasu stabilności i dąży do zera w miarę zbliżania się do punktu utraty stabilności przez system. W związku z tym, wartość największego wykładnika Lapunowa może być użyta jako wskaźnik zapasu stabilności.

Metodę omówiono na przykładzie modelu SEE złożonego z generatora synchronicznego połączonego z siecią sztywną poprzez linię o reaktancji X (Rys. 3). Poniżej przedstawiono opis modelu wraz z przyjętymi do symulacji wartościami parametrów.



Rys. 3. Model systemu elektroenergetycznego

Dla omawianego modelu równanie ruchu wirnika generatora synchronicznego w jednostkach względnych ma postać:

$$(4) \quad \begin{cases} \dot{\delta} = 2\pi f (\omega - \omega_0) \\ \dot{\omega} = \frac{1}{T_m} (P_m - D(\omega - \omega_0) - P_e(\delta)) \end{cases}$$

gdzie: T_m - mechaniczna stała czasowa, P_m - moc mechaniczna generatora, D - współczynnik oporu, $P_e(\delta)$ - moc elektryczna generatora, δ - kąt obrotu osi wirnika generatora względem osi SEE, ω - częstotliwość kątowna generatora, ω_0 - częstotliwość kątowna sieci.

Do analizy numerycznej wybrano model (E'_d, E'_q) generatora synchronicznego [5].

Siły elektromotoryczne indukowane w osiach d i q generatora opisane są przez równania (5).

$$(5) \quad \begin{cases} \dot{E}'_d = -\frac{1}{T'_{d0}} (E'_d + (x_q - x'_q)I_q) \\ \dot{E}'_q = -\frac{1}{T'_{q0}} (E'_q - (x_d - x'_d)I_d - E_f) \end{cases}$$

gdzie: E'_d, E'_q - siły elektromotoryczne indukowane w osi d i q , T'_{d0}, T'_{q0} - stała czasowa przejściowa podłużna i poprzeczna, x_d, x_q - reaktancja synchroniczna podłużna i poprzeczna, x'_d, x'_q - reaktancja przejściowa podłużna i poprzeczna, I_d, I_q - składowa podłużna i poprzeczna prądu stojana, E_f - napięcie wzbudzenia.

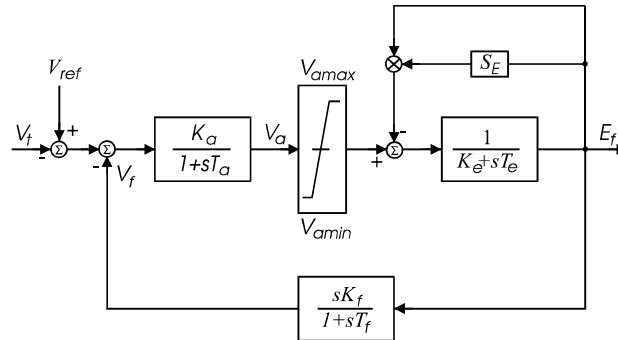
Generator synchroniczny wyposażony jest w układ regulacji wzbudzenia. Obwód regulatora wzbudnicy przedstawiony jest na rysunku 4.

Regulator ten opisany jest przez następujący układ równań różniczkowych:

$$(6) \quad \begin{cases} \dot{E}_f = \frac{1}{T_e} [U_a - K_e E_f - A_{ex} \exp(B_{ex} E_f) E_f] \\ \dot{U}_f = \frac{1}{T_f} (K_f \dot{E}_f - U_f) \\ \dot{U}_a = \frac{1}{T_a} [K_a (U_{ref} - U_t - U_f) - U_a] \end{cases}$$

gdzie: T_e - stała czasowa wzbudzenia, U_a - napięcie za wzmacniaczem wzbudzenia, K_e - stała wzbudzenia, U_f - napięcie za sprzężeniem zwrotnym, T_f - stała czasowa sprzężenia zwrotnego, T_a - stała czasowa wzmacniacza wzbudzenia, K_a - wzmocnienie wzbudzenia, U_{ref} - napięcie nastawione, U_t - napięcie na zaciskach generatora, K_f - sprzężenie zwrotne stabilizatora, A_{ex}, B_{ex} - stałe.

VII Lubuska Konferencja Naukowo-Techniczna – i-MITEL 2012



Rys. 4. Obwód regulatora wzbudnicy

Moc elektryczna generatora P_e opisana jest równaniem:

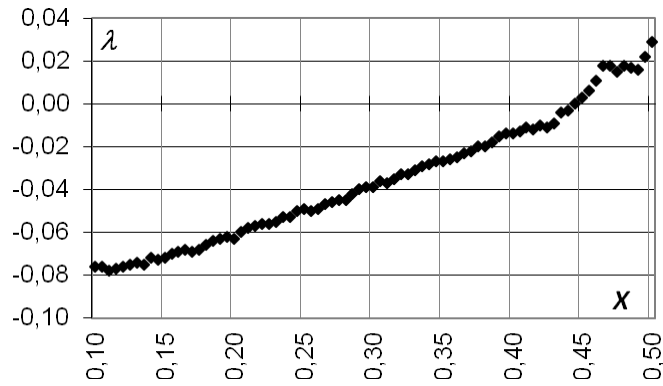
$$(7) \quad P_e = E'_q I_q + E'_d I_d + (x'_d - x'_q) I_d I_q$$

Wykładniki Lapunowa udaje się wyznaczyć analitycznie jedynie dla nielicznych układów jednowymiarowych. Dlatego też do dalszej analizy wykorzystano metody numeryczne. Dla powyższego modelu wyznaczono wartości wykładników Lapunowa w zależności od wartości reaktancji linii X i mocy mechanicznej P_m . Do obliczeń wykorzystano metodę opisaną w [12]. Wartości parametrów przyjęte do obliczeń zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wartości parametrów przyjęte do obliczeń

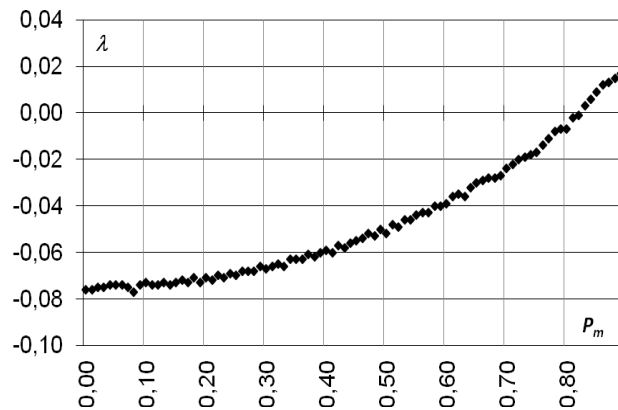
Parametr	Wartość	Parametr	Wartość	Parametr	Wartość
T_m	7,0	D	0,001	r	0
x'_d	0,3	x_d	1,3	x'_q	0,45
x_q	1,2	T'_{d0}	7,0	T'_{q0}	4,2
T_e	0,5	T_f	0,7	T_a	0,1
K_e	0,8	K_f	0,04	A_{ex}	0,09
B_{ex}	0,5	V_{amax}	5,0	V_{amin}	-5,0
V_{ref}	1,05	K_a	200	P_m	0,6

Na rys. 5 przedstawiono wyniki obliczeń wartości największego wykładnika Lapunowa w zależności od wartości reaktancji X linii łączącej generator z siecią sztywną. Dla reaktancji linii $X = 0,445$ występuje bifurkacja i znikają oba punkty stałe. W tym punkcie wykładnik jest równy zero. Poniżej tej wartości układ pracował stabilnie i wykładnik Lapunowa był mniejszy od zera dla wszystkich wartości reaktancji X . Po przekroczeniu wartości krytycznej układ traci stabilność.



Rys. 5. Zależność największego wykładnika Lapunowa od wartości reaktancji linii X

Na rys. 6 przedstawiono zależność wykładnika Lapunowa od mocy mechanicznej P_m . W zakresie pracy stabilnej, czyli gdy moc mechaniczna jest mniejsza od maksymalnej mocy elektrycznej jaką można przesłać z generatora do systemu wykładnik Lapunowa przyjmuje wartości ujemne. W punkcie bifurkacji (dla $P_m = 0,82$) jest równy zero.



Rys. 6. Zależność największego wykładnika Lapunowa od wartości mocy mechanicznej Pm

Dla określenia odległości od granicy stabilności wprowadza się współczynnik zapasu stabilności k_p [5]:

$$(8) \quad k_p = \frac{P_{gr} - P_e}{P_{gr}}$$

gdzie: $P_{gr} = \frac{E_f U_a}{x_d + x}$ - moc graniczna.

VII Lubuska Konferencja Naukowo-Techniczna – i-MITEL 2012

Dla otrzymanych wyników wyznaczono współczynnik korelacji między największym wykładnikiem Lapunowa (rys. 6) a wartością współczynnika zapasu stabilności k_p i otrzymano wartość $\rho(\lambda, k_p) = -0,954$. Wysoka wartość współczynnika korelacji świadczy o dużej zależności między największym wykładnikiem Lapunowa a współczynnikiem zapasu stabilności.

Warto zaznaczyć, że metoda kontroli satbilności systemu bazująca między innymi na pomiarze największego wykładnika Lapunowa znalazła już zastosowanie w praktyce na przykład w urządzeniach typu CPR-D Collapse Prediction Relay firmy A-Eberle (<http://www.a-eberle.de/>).

Pomiar impedancji zwarcia SEE

Jako następny przykład możliwości zastosowania wykładników Lapunowa do analizy pracy SEE można podać metodę pomiaru on-line impedancji i mocy zwarciowej SEE. Moc zwarciowa jest jednym z ważniejszych parametrów charakteryzujących SEE. Od niej zależy koszt urządzeń tym samym koszt budowy, napraw i modernizacji systemu. Aktualnie parametry te są obliczane teoretycznie na etapie projektowania systemu natomiast w czasie eksploatacji nie są już kontrolowane. W rzeczywistym systemie wartości tych parametrów ulegają zmianom wskutek rozbudowy i modernizacji jak również w wyniku planowych lub awaryjnych wyłączeń urządzeń.

W artykułach [7,8] przedstawiono koncepcję metody umożliwiającą ciągły monitoring wartości impedancji i mocy zwarciowej systemu w warunkach ruchowych. Proponowana metoda jest rozwinięciem metody przedstawionej w [2,6,9]. Metoda ta korzysta z niewielkich zmian prądu i napięcia w węzle pomiarowym spowodowanych przez niewielkie losowe zmiany obciążenia. Ponadto, do wyznaczenia rezystancji i impedancji SEE konieczne jest wyznaczenie sumy wykładników Lapunowa. Wartości rezystancji i reaktancji SEE widzianej z miejsca pomiaru włąb SEE (do źródeł zasilania) opisane są zależnością:

$$(9) \quad R_s = -\frac{\text{cov}\left(\frac{R}{\lambda_x}, \frac{1}{\lambda_x}\right) + \text{cov}\left(L, \frac{1}{\lambda_x}\right)}{\sigma^2\left(\frac{1}{\lambda_x}\right)}, \quad X_s = -2\pi f \cdot \frac{\text{cov}(\lambda_x L, \lambda_x) + \text{cov}(R, \lambda_x)}{\sigma^2(\lambda_x)}$$

Gdzie: $\text{cov}(x, y)$ - kowariancja między zmiennymi losowymi x i y , $\sigma^2(x)$ - wariancja zmiennej losowej x .

Po wyznaczeniu impedancji można wyznaczyć moc zwarciową systemu: $S_k = \frac{1,1U_N^2}{Z_s}$.

Przedstawiona metoda wymaga jeszcze przeprowadzenia analizy wpływu błędów pomiarowych na wynik pomiaru impedancji systemu oraz sprawdzenia skuteczności działania w praktyce. W celu ostatecznej weryfikacji proponowanej metody konieczne jest więc jeszcze przeprowadzenie dodatkowych badań.

Zakończenie

Artykuł ma na celu zwrócenie uwagi na możliwość zastosowania w praktyce elementów teorii bifurkacji i chaosu do analizy i kontroli pracy SEE. Przedstawiono to na dwóch przykładach. W pierwszym omówiono możliwość wykorzystania wykładników

Lapunowa jako kryterium stabilności SEE. Na przykładzie modelu generator-sieć sztywna pokazano, że wartość największego wykładnika Lapunowa jest skorelowana ze współczynnikiem zapasu stabilności i dąży do zera w miarę zbliżania się do punktu utraty stabilności przez system. W związku z tym, wartość największego wykładnika Lapunowa może być użyta jako wskaźnik zapasu stabilności.

W drugim przykładzie przedstawiono koncepcję metody wyznaczania on-line impedancji zwarcia SEE z wykorzystaniem wykładników Lapunowa.

Należy zaznaczyć, że metody oparte o pomiar wykładników Lapunowa znalazły już praktyczne zastosowanie w urządzeniach do kontroli pracy SEE czego przykładem jest urządzenie CPR-D Collapse Prediction Relay firmy A-Eberle (<http://www.a-eberle.de/>).

Literatura

1. Bryant P., Computation of Lyapunov Exponents from Experimental Data, Proceedings of the 1st Experimental Chaos Conference, Arlington, Virginia, October 1-3, 1991.
2. Cegielski M., Wyznaczanie impedancji zastępczej systemu elektroenergetycznego w warunkach ruchowych, Prace Instytutu Automatyki Systemów Energetycznych, vol. 14, Wrocław 1969, 45-169.
3. Darbyshire A. G., Calculating Liapunov Exponents from a Time Series, IEEE, Savoy Place, London, 1994.
4. Guckenheimer J., Holmes P., Non-linear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcation of Vector Fields, Springer-Verlag, New York, 1983.
5. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1996.
6. Kuźma W., Małyszko O., Zeńczak M., Wyznaczanie impedancji systemu elektroenergetycznego w warunkach normalnych i warunkach zwarciovych, XI Międzynarodowa Konferencja Naukowa Aktualne Problemy w Elektroenergetyce, Jurata, 11-13 czerwca 2003.
7. Małyszko O., Koncepcja wykorzystania wykładników Lapunowa do wyznaczania on-line mocy zwarciowej w SEE, Energetyka 2004, zeszyt tematyczny nr 3.
8. Małyszko O., Nowa metoda wyznaczania impedancji zwarciowej systemu elektroenergetycznego, Wiadomości Elektrotechniczne nr 3, 2006, str. 36-38.
9. Nowakowski R., Małyszko O., Zeńczak M., Probability estimation of short-circuit power measurements, Proc. of 6-th International Conference Short-Circuit Currents in Power Systems, Liege, 6-8.09.1994.
10. Parker T. S., Chua L. O., Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems, Springer-Verlag, New York 1989.
11. Parker T.S., Chua L.O., Chaos: A Tutorial for Engineers, Proceedings of the IEEE, Special issue on chaotic systems, 09.1987, 982-999.
12. Wolf A., Swift J., Swinney H., Vastano J., Determining Lyapunov Exponents from a Time Series, Physica D, vol. 16, 1985, 285-317.

Autor: dr inż. Olgierd Małyszko; Katedra Elektroenergetyki i Napędów Elektrycznych Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie, ul. Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, e-mail: malyszko@zut.edu.pl